

書籍の紹介

中平 健治

本書の目的や特徴

量子論の学習上の課題

直観に反する不思議な性質をもつため
イメージ困難

数式が複雑でわかりにくい



本書のアプローチ

量子論を「操作的で確率的な理論」と
みなすことで素直に理解する方法を説明

数式より直観的に表現できる「図式」を活用

■目的

量子論の「数学的構造」と「操作的・確率的な性質」、およびそれらの間にある密接な関係を見通しのよい形で提示する

■想定読者

量子論・量子情報理論の初学者から研究者まで

- とくに
- (1) 量子論の数学的構造や操作的・確率的な性質を素直に理解したい方
 - (2) 従来の量子論の定式化が難しい（または複雑だ）と感じている方
 - (3) 量子論を従来とは異なる視点からより直観的に理解したい方

初学者にとっては難しそうな内容も含まれているが、ある程度読み飛ばしても全体像がわかるように意識した

■主な特徴

- (1) 量子論の「数学的構造」を、物理デバイスの操作的なふるまいに基づく視点から明瞭・簡潔な形で提示している
- (2) 量子論の「操作的・確率的な性質」を、図式と操作的確率論というツールを用いて直観的にわかりやすい形で論じている

本書では有限次元系に限定している（高度な数学を用いることなく本質的な議論に集中するため）

本書の流れ

基礎

線形代数
(第2章, 付録A)

操作論
(第3章)

数学的構造

完全正值写像
(第4章)

量子論の数学的構造
(第5章)

操作的・確率的な性質

操作的確率論
(第6,7章)

量子論の操作的・確率的な性質
(第6,7章の例, 第8章)

「操作的・確率的な性質」と
切り離すことで見通しよく説明する
(ただし操作論の性質は用いる)

操作的確率論に基づいて
直観的に理解しやすい性質を
中心に説明する

量子論の「数学的構造」と「性質」との対応関係は
それほど単純ではないため、
分けて説明したほうがわかりやすいと考えた

本書では量子論の数学的構造を天下り的に与えるが、これに不満をもつ読者もいると思う。
この不満を少しでも解消するため、[Web補遺](#)では操作的確率論にいくつかの要請を追加すれば量子論の数学的構造が
導けることを示す

図式

■ 図式とは

線形代数などに関する式を図形により表現したもの
数式がもつ厳密性を損ねずに表現でき、（数式と同様に）計算できる

■ 図式を用いることの利点

- (1) 数式よりも直観的に表現できる場合が多々ある
- (2) 数式では隠れてしまいがちな本質的な事柄をしばしば顕在化できる

初学者にとっては、**図式を積極的に用いるほうが早く量子論になじめるはず**

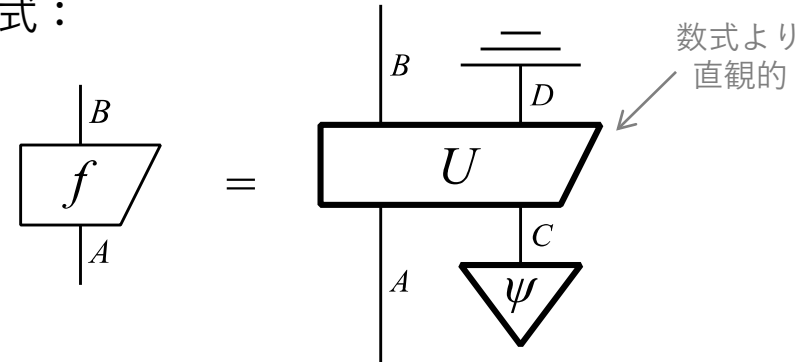
例 任意の量子操作 f は次式の形で表せることが知られている

シュタインスプリング表現とよばれる（詳細は8.2.2項を参照のこと）

数式：

$$f(\rho) = \text{Tr}_D[U(\rho \otimes |\psi\rangle\langle\psi|)U^\dagger]$$

図式：



この式は、 f が「入力と純粋状態 $|\psi\rangle$ との並列接続に行列 U で表される量子操作を施して部分系 D を捨てたもの」に等しいことを意味している

数式では式を横方向に書くのに対し、**図式では縦・横方向に書けるため見やすい**
図式のほうが素早く情報が入りやすいという利点もある

操作的確率論

■ 操作論/操作的確率論とは

操作論 (OT) : 物体の操作的なふるまいを具体的な物理法則と切り離して考える理論

プロセス (= 物理デバイスのふるまいを抽象化した概念) の接続に関する基本的な規則を考えたもの

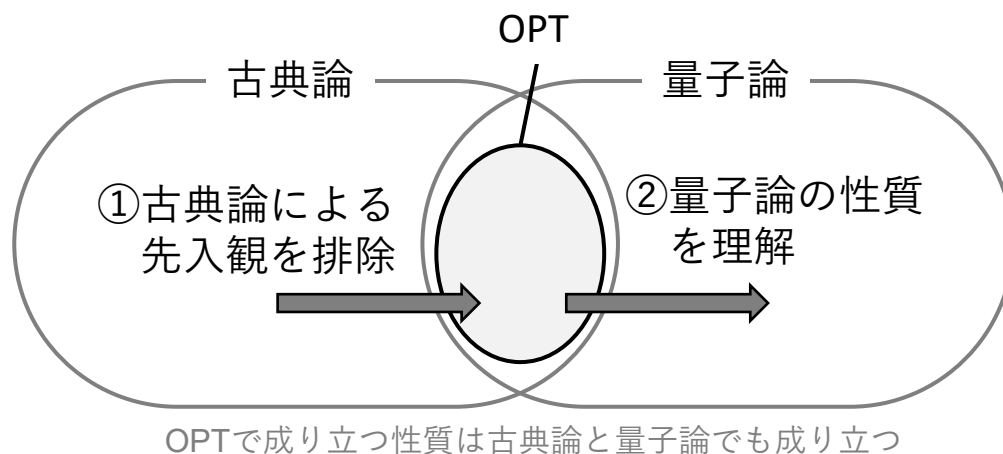
操作的確率論 (OPT) : OTに対して確率の概念を導入した理論

一般確率論とよばれる理論とほぼ同じ

■ 操作的確率論を用いることの利点

- (1) 量子論がもつ本質的な性質を素直に理解できる
- (2) 物理や数学を専門としない人にとって理解しやすい
- (3) 直観的な言葉で書かれた要請を用いて量子論の数学的構造を導ける

OPTに基づいて量子論の性質を理解する方法のイメージ図



OPTに基づくことは、古典論の性質のうち「真に基本的な性質」とは何かを考え直すこと (古典論の知識による先入観を排除できて量子論の性質を素直に理解できる)

[参考] 量子論を一般化した理論の包含関係

操作論 (第3章)

物体の操作的な性質のみを論じる

操作的確率論 (第6,7章)

操作論 + 確率論 (直観的で理解しやすい)

物体の操作的・確率的なふるまいを具体的な物理法則と切り離して論じる

広義量子論 (Web補遺)

古典系をもつような量子論

(古典系と量子系の合成系も必然的に含まれる)

古典論 (第5章)

$$\mathbf{St}_A \cong \mathbb{R}_{\geq 0}^{N_A}$$

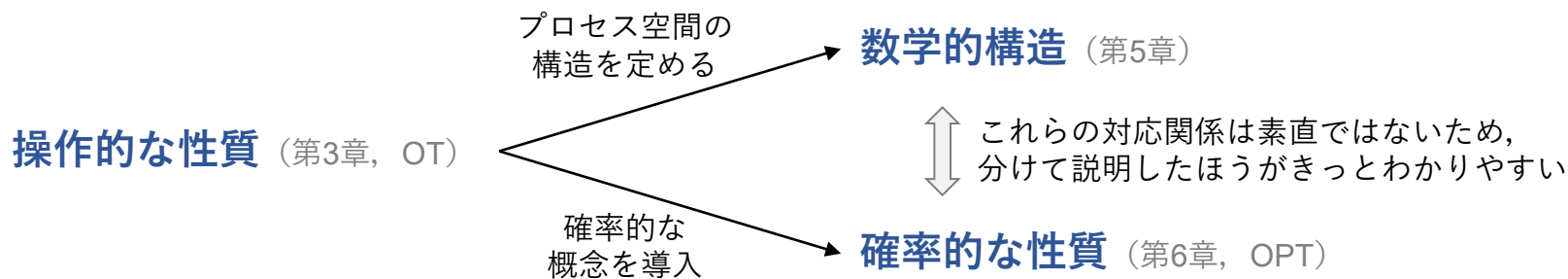
量子論 (第5章)

$$\mathbf{St}_A \cong \mathbf{Pos}_{N_A}$$

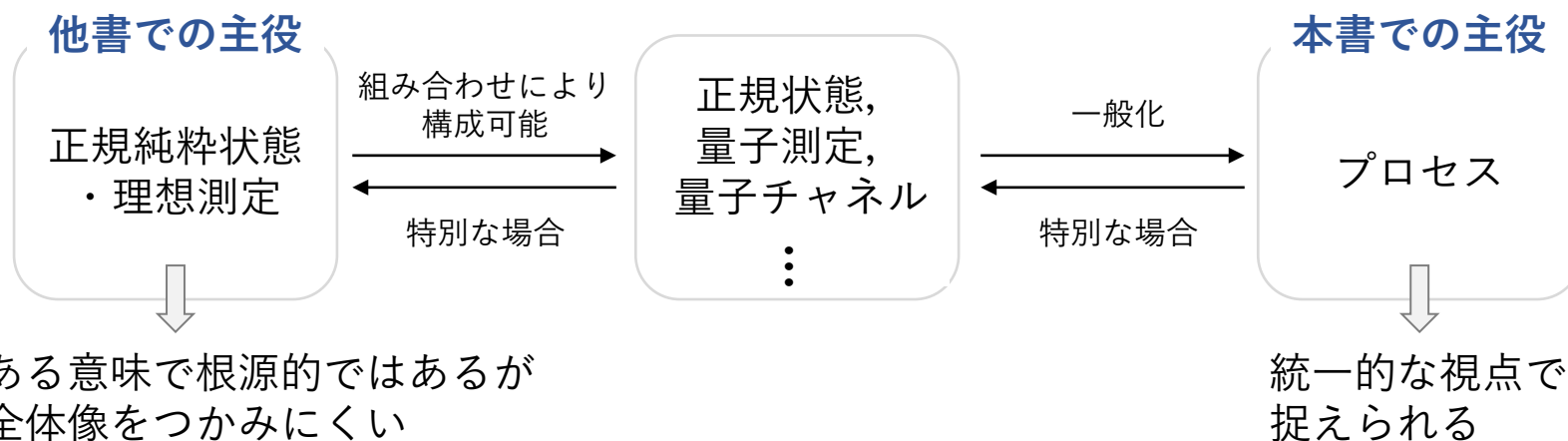
標準的な書籍との主な違い

図式と操作的確率論に基づいているという点を除いた違いを三つ挙げる

■ (1) 「数学的構造」と「操作的・確率的な性質」を分離



■ (2) すべてのプロセスを主役扱い



■ (3) 実ヒルベルト空間や凸錐に着目

本書で説明