

正誤情報

このたびは森北出版株式会社発行の書籍をお買い求めいただき、誠にありがとうございました。下記の書籍につきまして誤りのある箇所がございましたので、お詫びし訂正させていただきます。

2019年4月15日 森北出版株式会社 生産マネジメント部

タイトル

微分積分

正誤対象

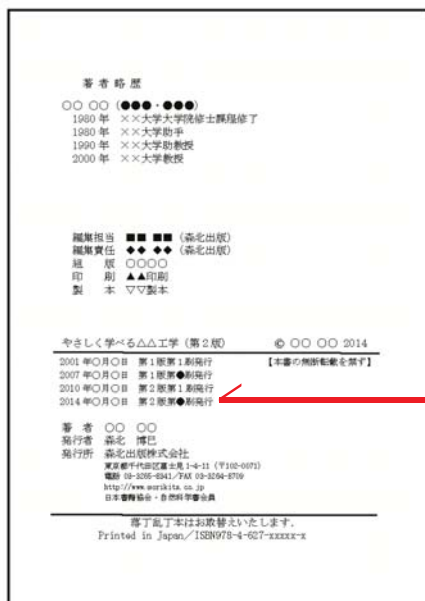
お手持ちの書籍の刷数をお調べのうえ、下の表をご覧ください。正誤表内の一番左に「対応刷数」という列がございます。該当する刷数の訂正情報をご参照下さい。

なお、刷数につきましては下記「刷数の調べ方」をご参照ください。

お持ちの本の刷数	
1	対応刷数 1 より 2 までをご参照ください
2	対応刷数 2 をご参照ください
それ以降	現在把握している訂正情報はございません

刷数の調べ方

本の一番後ろのページ(広告等除く)に下図のようなページがございます。ご参照いただき、お持ちの本の刷数をお調べください。



日付の最も新しい行に記載された数字がお持ちの本の刷数となります

対応 刷数	頁	行数, 図・ 表・式番号	誤	正
1	18	2.1 の 1 行目	第 1 節では…	第 1 章では…
2	32	問 3.8(1)	(1) $y = u^3, u = x^2 + 1$	(1) $y = u^2 + 1, u = x^3$
1	49	例 4.8 (1)	$\left(\sin^{-1} \frac{x}{3}\right) = \dots$	$\left(\sin^{-1} \frac{x}{3}\right)' = \dots$
2	67	ページ右下 の図	右図のように	
1	138	例題 9.7 解(1) 1 行目	(1) $x = 0$ から…	(1) $x = 1$ から…
2	139	COLUMN 3 行目	$S = \int_1^{\infty} \frac{1}{x} dx = \lim_{M \rightarrow \infty} [\log x]_1^M = \infty$	$S = 2 \int_1^{\infty} \frac{1}{x} dx = 2 \lim_{M \rightarrow \infty} [\log x]_1^M = \infty$
1	174 ～ 175	接平面 の解説	欄外①のように修正	
1	176 ～ 177	全微分 の解説	欄外②のように修正	
1	186	3 行目	$\dots = -96 < 0$	$= -72 < 0$
1	188	問 12.3(2)	(2) $x^3 + y^3 - 3xy + 1 = 0, (1, -2)$	(2) $x^3 + y^3 - 3xy = 0, \left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right)$
2	220	解答 3.8(1)	(1) $y = (x^2 + 1)^3$	(1) $y = x^6 + 1$

1	220	解答 3.10	(1) $y = \dots$ (2) $y = \dots$	(1) $y' = \dots$ (2) $y' = \dots$
1	227	2.(4)	$\dots = \frac{\cos^2 \frac{x}{2} \cdot \frac{1}{2}}{\tan \frac{x}{2}} = \dots$	$\dots = \frac{1}{\cos^2 \frac{x}{2} \tan \frac{x}{2}} \cdot \frac{1}{2} = \dots$
1	239	解答 12.3 (2)	$\dots, x + y + 1 = 0$	$\dots, x + y - 3 = 0$

■接平面■ 1変数関数 $y = f(x)$ が $x = a$ で微分可能であるとき、 $y = f(x)$ のグラフ上の点 $P(a, f(a))$ における接線の方程式は $y = f'(a)(x - a) + f(a)$ である。このとき、 $g(x) = f'(a)(x - a) + f(a)$ とおくと、

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - g(x)}{x - a} &= \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - \{f'(a)(x - a) + f(a)\}}{x - a} \\ &= \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} - f'(a) \\ &= 0 \end{aligned}$$

が成り立つ (図 1)。逆に、連続な関数 $y = f(x)$ に対して、

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - g(x)}{x - a} = 0, \quad g(a) = f(a) \quad \dots\dots ①$$

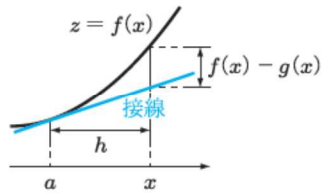
を満たす 1 次関数 $g(x)$ が存在するとき、 $y = f(x)$ は $x = a$ で微分可能で、 $g(x) = f'(a)(x - a) + f(a)$ となることを証明することができる。

そこで、1 変数関数の微分可能性と接線に対応する 2 変数関数の概念として、全微分可能性と接平面を、①に対応する形で次のように定める。

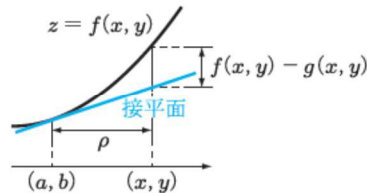
点 (a, b) で連続な関数 $z = f(x, y)$ に対して、

$$\lim_{x \rightarrow a, y \rightarrow b} \frac{f(x, y) - g(x, y)}{\sqrt{(x - a)^2 + (y - b)^2}} = 0, \quad g(a, b) = f(a, b) \quad \dots\dots ②$$

を満たす 1 次関数 $g(x, y)$ が存在するとき、 $z = f(x, y)$ は点 (a, b) で全微分可能であるといい、平面 $z = g(x, y)$ を $z = f(x, y)$ の点 $(a, b, f(a, b))$ における接平面という (図 2)。図の ρ は、 xy 平面上の 2 点 (x, y) 、 (a, b) 間の距離 $\sqrt{(x - a)^2 + (y - b)^2}$ である。



(図 1)



(図 2)

点 (a, b) のまわりで偏微分可能で、偏導関数が連続な関数 $z = f(x, y)$ は、点 (a, b) で全微分可能であることが知られている。

$z = f(x, y)$ が全微分可能であるとき、接平面の方程式を求めると、

②で、 $g(x, y) = A(x - a) + B(y - b) + f(a, b)$ (A, B は定数) とおくと、

$$\lim_{x \rightarrow a, y \rightarrow b} \frac{f(x, y) - \{A(x - a) + B(y - b) + f(a, b)\}}{\sqrt{(x - a)^2 + (y - b)^2}} = 0$$

となる。ここで $x = a + h, y = b$ とすれば、 $x \rightarrow a$ のとき $h \rightarrow 0$ であるから、

$$\begin{aligned} \lim_{h \rightarrow 0} \left\{ \frac{f(a + h, b) - f(a, b) - Ah}{\sqrt{h^2}} \right\} \\ = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h}{|h|} \left\{ \frac{f(a + h, b) - f(a, b)}{h} - A \right\} = 0 \end{aligned}$$

となり、 h の符号にかかわらず

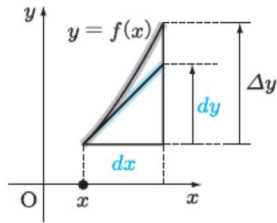
$$A = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a + h, b) - f(a, b)}{h} = f_x(a, b)$$

が成り立つ。同様にして、 $B = f_y(a, b)$ が得られる。このことは、 $f(x, y)$ が点 (a, b) で全微分可能であれば、 $f(x, y)$ は (a, b) で偏微分可能であり、

$$g(x, y) = f_x(a, b)(x - a) + f_y(a, b)(y - b) + f(a, b)$$

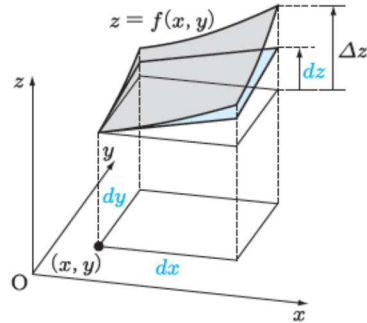
であることを示している。

■全微分■ 微分可能な関数 $y = f(x)$ の場合, x の変化量 dx が微小であれば, dx に対する $y = f(x)$ の変化量 Δy を, 接線に沿った y の変化量 dy で近似することができる (図 1).



(図 1)

全微分可能な 2 変数関数 $z = f(x, y)$ でも同じように, x, y の変化量 dx, dy が微小であれば, dx, dy に対する $z = f(x, y)$ の変化量 Δz を, 接平面に沿った z の変化量 dz で近似することができる (図 2).



(図 2)

全微分可能な関数 $z = f(x, y)$ のグラフの, (a, b) に対応する点における接平面の方程式

$$z - f(a, b) = f_x(a, b)(x - a) + f_y(a, b)(y - b)$$

は, x が $x - a$, y が $y - b$ だけ変化すると, z が $f_x(a, b)(x - a) + f_y(a, b)(y - b)$ だけ変化することを意味している. ここで, x の変化量 $x - a$ を dx , y の変化量 $y - b$ を dy , 接平面に沿った z の変化量 $z - f(a, b)$ を dz で表すと, 上の式は

$$dz = f_x(a, b) dx + f_y(a, b) dy$$

と表すことができる. この式の (a, b) を変数 (x, y) に変えて得られる式, すなわち,

$$dz = f_x(x, y) dx + f_y(x, y) dy \quad \text{または} \quad dz = \frac{\partial z}{\partial x} dx + \frac{\partial z}{\partial y} dy$$

を $z = f(x, y)$ の全微分という.

$z = f(x, y)$ の全微分可能性は, 増加量 Δz の全微分 dz による近似の誤差

$$\Delta z - dz = f(x, y) - f(a, b) - \{f_x(a, b)(x - a) + f_y(a, b)(y - b)\}$$

が, (x, y) と (a, b) との距離 $\rho = \sqrt{(x - a)^2 + (y - b)^2}$ に比べて, 十分に小さいことを意味している.